PHYSICS

1. $$\eta = \frac{\text{स्पर्श रेखीय प्रतिबल}}{\text{स्पर्श रेखीय विकृति}} = \frac{T}{\theta} = \frac{F/A}{l/L}$$

$$\therefore \quad [\eta] = \frac{[MLT^{-2}]}{[L^2]} = [ML^{-1}T^{-2}]$$

2. आवेग = बल × समय $= [MLT^{-2} \times T] = [MLT^{-1}]$

3. $[E] = [ML^2\,T^{-2}], [J] = [ML^2\,T^{-1}]$ तथा

$[G] = [M^{-1}L^3\,T^{-2}]$

अत: $\left[\frac{EJ^2}{m^5G^2}\right] = \frac{[ML^2\,T^{-2}][ML^2\,T^{-1}]^2}{[M^5][M^{-1}\,L^3\,T^{-2}]^2}$

$= [M^0L^0T^0] = [\text{कोण}]$

4. $$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$= \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 7 & 3 & 1 \\ -3 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \hat{i}(15-1) - \hat{j}(35+3) + \hat{k}(7+9)$$

$$= 14\,\hat{i} - 38\,\hat{j} + 16\,\hat{k}$$

5. परस्पर अभिलम्ब सदिशों के लिये $\vec{A} \cdot \vec{B} = 0$। विकल्प (a) का सदिश इस सम्बन्ध को सन्तुष्ट करता है।

$$(\hat{i}\,A\cos\theta + \hat{j}\,A\sin\theta) \cdot (\hat{i}\,B\sin\theta - \hat{j}\,B\cos\theta)$$

$$= AB\sin\theta\cos\theta - AB\sin\theta\cos\theta = 0$$

6. त्वरण-समय ग्राफ के अन्तर्गत क्षेत्रफल वेग-परिवर्तन को प्रदर्शित करता है।

चूँकि कण $u = 0$ वेग से गति प्रारम्भ करता है, इसलिये वेग-परिवर्तन $= v_{\text{अन्तिम}} - v_{\text{प्रारम्भिक}} = v_{\text{अधिकतम}} - 0 = a - t$ ग्राफ के अन्तर्गत क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 11 = 55 \text{ मी/से}$$

8. वेग, विस्थापन-त्वरण ग्राफ, के ढाल के बराबर $\left(\because \frac{dy}{dx} = \frac{dx}{dt}\right)$ होता है जोकि बिन्दु E पर ऋणात्मक है।

9. $$\sqrt{x} = t + 1$$

दोनों तरफ वर्ग करने पर,

$$x = (t+1)^2 = t^2 + 2t + 1$$

समय t के सापेक्ष अवकलन करने पर,

$$\frac{dx}{dt} = 2t + 2$$

$$\therefore \text{वेग}, \quad v = \frac{dx}{dt} = 2t + 2$$

10. $u = 0$; आधी ऊँचाई पर वेग, $v = 10$ मी/से; $g = 10$ मी/से^{2}

$$\therefore \quad v^2 = u^2 + 2gs$$

या $$(10)^2 = 0 + 2 \times 10 \times \left(\frac{h}{2}\right)$$

$$\therefore \quad h = 10 \text{ मीटर}$$

11. क्षैतिज दिशा में विस्थापन $= \pi R = \pi$ मीटर

ऊर्ध्वाधर दिशा में विस्थापन $= 2R = 2$ मीटर

$\therefore$ परिणामी विस्थापन $= \sqrt{\pi^2 + 4}$ मीटर

12. $$\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \left(\frac{6t^2\hat{i} + 4t\hat{j}}{3}\right) \text{ मी/से}^2$$

$$\therefore \quad \vec{v} = \int_0^3 \left(\frac{6t^2}{3}\,\hat{i} + \frac{4t}{3}\,\hat{j}\right) dt$$

$$= \left[\frac{6t^3}{9}\,\hat{i} + \frac{4t^2}{6}\,\hat{j}\right]_0^3 = 18\hat{i} + 6\hat{j}$$

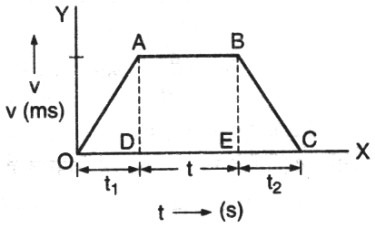
13. 20 सेकण्ड से 40 सेकण्ड तक के समय अन्तराल में, त्वरण एवं मन्दन दोनों शून्य नहीं हैं।

इस समय अन्तराल में चली गयी दूरी = 20 सेकण्ड से 40 सेकण्ड तक के समय अन्तराल के मध्य क्षेत्रफल

$= \frac{1}{2} \times$ आधार × ऊँचाई + आयत का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 3 + 20 \times 1 = 30 + 20 = 50 \text{ मीटर}$$

14. . वेग-समय ग्राफ को नीचे दिये गये चित्र में दर्शाया गया है।



OA ढ़ाल का परिणामी $= f$ तथा BC का ढ़ाल $= \frac{f}{2}$

$$v = ft_1 = \frac{f}{2}t_2$$

$$\therefore \quad t_2 = 2t_1$$

ग्राफ में, ΔOAD के क्षेत्रफल से प्राप्त दूरी

$$S = \frac{1}{2}ft_1^2 \qquad \ldots (1)$$

चर्तुभुज $ABED$ के क्षेत्रफल से प्राप्त t समय में तय की गयी दूरी

$$S_2 = (ft_1)t$$

t_2 समय में चली गयी दूरी $= S_3 = \frac{1}{2}f_2(2t_1)^2$

इस प्रकार, $$S_1 + S_2 + S_3 = 15S$$

$$S + (ft_1)t + ft_1^2 = 15S$$

$$S + (ft_1)t + 2S = 15S \qquad \left(S = \frac{1}{2}ft_1^2\right)$$

$$(ft_1)t = 12S \qquad \ldots (2)$$

समीकरण (1) तथा समीकरण (2) से हम पाते हैं,

$$\frac{12S}{S} = \frac{(ft_1)t}{\frac{1}{2}(ft_1)t_1}$$

अथवा $$t_1 = \frac{t}{6}$$

समीकरण (1) से हमें प्राप्त होता है,

$$\therefore \quad S = \frac{1}{2}f(t_1)^2$$

या $$S = \frac{1}{2}f\left(\frac{t}{6}\right)^2 = \frac{1}{72}ft^2$$

15. . कण पहले धीरे-धीरे त्वरित होता है तथा सीधी रेखा वाले भाग के लिए एक नियत वेग प्राप्त करता है जहाँ x, t के समानुपाती है। इसके बाद वेग घटता है तथा अन्त में कण रुक जाता है जब यह शीर्ष ऋजुरेखीय भाग पर पहुँचता है। अत: वक्र (b) एकविमीय गति को दर्शाता है।

16. $$s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

या $$s = \frac{1}{2}at^2 \qquad (\because u = 0)$$

यह एक परवलय (parabola) का समीकरण है। अत: ग्राफ (a) सही उत्तर को प्रदर्शित करता है।

17. उच्चतम बिन्दु पर, $v = u\cos 45° = u/\sqrt{2}$

अत: K (शीर्ष पर) $= \frac{1}{2}m\left(\frac{u}{\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2}mu^2\right] = \frac{E}{2}$

18. घर्षण बल, $F = \mu R = 0.5 \times mg = 0.5 \times 60 = 30$ न्यूटन

अब $F = T_1 = T_2 \cos 45°$

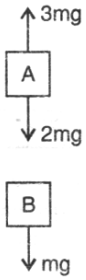
या $30 = T_2 \cos 45°$ तथा $W = T_2 \sin 45°$

$\therefore$ $W = 30$ न्यूटन

19. दिया है : क्षैतिज बल $F = 10$ न्यूटन तथा गुटके व दीवार के मध्य घर्षण गुणांक $= 0.2$

हम जानते हैं कि साम्यावस्था में गुटके को दीवार के विरुद्ध अभिलम्ब प्रतिक्रिया, क्षैतिज बल से प्राप्त होती है। इसलिए गुटके पर अभिलम्ब प्रतिक्रिया $(R) = F = 10$ न्यूटन हम यह भी जानते हैं कि गुटके का भार (W) = घर्षण बल $= \mu R = 0.2 \times 10 = 2$ न्यूटन

20. डोरी काटने के बाद, गुटके A के मुक्त वस्तु चित्र (free body diagram) से हम पाते हैं :



$2ma_A = 3mg - 2mg$

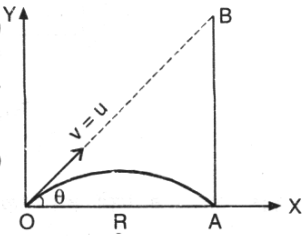
या, $a_A = \dfrac{mg}{2m} = \dfrac{g}{2}$

गुटके B के मुक्त वस्तु चित्र से हम पाते हैं :

$ma_B = mg$

या, $a_B = g$

21. माना कि बन्दूक को क्षैतिज से θ कोण पर वेग u से दागा जाता है। अत: बिन्दु A पर स्थित लक्ष्य को टक्कर मारने हेतु बन्दूक को ऊँचाई $AB (= h)$ पर लक्षित (aimed) करना चाहिये।



अत: हम लिख सकते हैं :

$$OA = R = \frac{u^2 \sin 2\theta}{g}$$

या, $\sin 2\theta = \dfrac{Rg}{u^2} = \dfrac{100 \times 10}{(1500)^2} = \dfrac{1}{2250}$

$\therefore$ $2\theta = \sin^{-1}\left(\dfrac{1}{2250}\right) = 0.025°$

$\therefore$ $\theta = 0.0125° = \left(\dfrac{0.0125 \times \pi}{180}\right)^c = (2.21 \times 10^{-4})^c$

लेकिन $\theta = \dfrac{AB}{OA}$

$\therefore$ $AB = \theta \times OA = (2.21 \times 10^{-4} \times 100)$ मीटर

$= 2.21 \times 10^{-2} \times 10^2$ सेमी $= 2.21$ सेमी $\simeq 3$ सेमी

22. ज्ञात है कि $\omega = 2$ रेड़ियन/सेकण्ड, $r = 2$ मी

$$t = \frac{\pi}{2} \text{ सेकण्ड}$$

कोणीय विस्थापन, $\theta = \omega t = 2 \times \dfrac{\pi}{2} = \pi$ रेडियन

रेखीय वेग, $v = r\omega = 2 \times 2 = 4$ मी/से

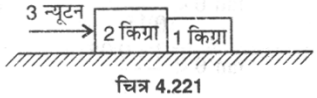
$\therefore$ वेग में परिवर्तन, $\Delta v = 2v \sin \dfrac{\theta}{2}$

$= 2 \times 4 \times \sin \dfrac{\pi}{2} = 8$ मी/से

अत: सही उत्तर विकल्प (c) है।

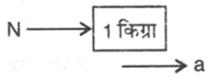
24. निकाय का उभयनिष्ठ त्वरण

$$a = \frac{3}{2+1} = 1 \text{ मी/से}^2$$



चित्र 4.221

मानाकि दोनों गुटकों के बीच सम्पर्क बल N है। 1 किग्रा के गुटके का मुक्त वस्तु चित्र निम्न है :

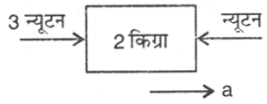


चित्र 4.222

गति की समीकरण है :

$N = 1 \times a = 1 \times 1 = 1$ न्यूटन

2 किग्रा के गुटके का मुक्त वस्तु चित्र निम्न है :



चित्र 4.223

गति की समीकरण है :

$3 - N = 2a$

$\therefore$ $N = 3 - 2a = 3 - 2 \times 1$

$= 1$ न्यूटन

25. $v = \sqrt{gr} = \sqrt{10 \times 40} = 20$ मी/से

CHEMISTRY

26. (c) वायु में, N_2 का अणुभार $= \dfrac{28 \times 78}{100} = 21.84$

O_2 का अणुभार $= \dfrac{32 \times 21}{100} = 6.72$

Ar का अणुभार $= \dfrac{18 \times 0.9}{100} = 0.162$

CO_2 का अणुभार $= \dfrac{44 \times 0.1}{100} = 0.044$

अत: वायु का अणुभार $= 21.84 + 6.72 + 0.162 + 0.044$

$= 28.766$

27. (c) CO_2 का अणुभार $= 12 + 32 = 44$

CO_2 के 44 ग्राम रखते हैं $= 6.023 \times 10^{23}$ अणु

CO_2 के 0.2 ग्राम रखते हैं $= \dfrac{6.023 \times 10^{23}}{44} \times 0.2$

$= 0.0273 \times 10^{23} = 2.73 \times 10^{21}$

यदि 10^{21} अणुओं को अलग कर दिया है, तो अणुओं की संख्या $= 1.73 \times 10^{21}$

$\because$ 6.023×10^{23} अणु $= 1$ मोल

$\therefore$ 1.73×10^{21} अणु $= \dfrac{1}{6.023 \times 10^{23}} \times 1.73 \times 10^{21}$

$= 0.0028$ मोल

28. (d) $\therefore H_2SO_4$ का 1 मोल देता है $= 3$ मोल आयन

$= 3 \times 6.023 \times 10^{23}$ आयन

$\therefore H_2SO_4$ का 0.1 मोल देगा $= 0.1 \times 3 \times 6.023 \times 10^{23}$ आयन

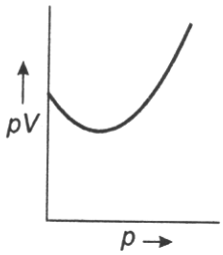
$= 1.8 \times 10^{23}$ आयन

29. (a)

30. (c) $p \propto \dfrac{1}{V} \propto T$

अत:, $p_4 > p_3 > p_2 > p_1$

31. (d) अत्यन्त निम्न दाब पर, बॉयल वक्र को निम्न प्रकार प्रदर्शित करते हैं



32. (*d*) विसरण की दर अणुभार के वर्गमूल के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

$$r \propto \sqrt{\frac{1}{M}}$$

अतः विसरण की दर का क्रम है

$$CO_2 > SO_2 > SO_3 > PCl_3$$

33. (*a*) इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान $= 9.1 \times 10^{-31}$ किग्रा

प्रोटॉन का द्रव्यमान $= 1.67 \times 10^{-27}$ किग्रा

न्यूट्रॉन का द्रव्यमान $= 1.675 \times 10^{-27}$ किग्रा

α-कणों का द्रव्यमान $= 6.67 \times 10^{-27}$ किग्रा

अतः e, p, n तथा α-कण के लिए e/m का बढ़ता हुआ क्रम $e > p > \alpha > n$ है। ($\because$ न्यूट्रॉन पर कोई आवेश नहीं है।)

34. (*c*)

35. (*b*) 1 मोल कार्बन $= 14$ ग्राम $= 6.022 \times 10^{23}$ कार्बन-परमाणु

1 कार्बन परमाणु में न्यूट्रॉनों की संख्या = द्रव्यमान संख्या − परमाणु क्रमांक

$= 14 - 6 = 8$ न्यूट्रॉन

$\therefore$ 6.022×10^{23} कार्बन परमाणुओं में न्यूट्रानों की संख्या $= 6.022 \times 10^{23} \times 8$

अतः 14 ग्राम C-14 में न्यूट्रॉन $= 6.022 \times 10^{23} \times 8$ ग्राम में न्यूट्रॉनों की संख्या

$\therefore$ 7 मिग्रा अथवा 7×10^{-3} ग्राम

$$= \frac{7 \times 10^{-3} \times 6.022 \times 10^{23} \times 8}{14}$$

$= 24.088 \times 10^{20} = 2.4088 \times 10^{21}$ न्यूट्रॉन

1 न्यूट्रॉन का द्रव्यमान $= 1.675 \times 10^{-27}$ किग्रा

$\therefore$ 2.4088×10^{21} न्यूट्रॉनों का द्रव्यमान

$= 2.4088 \times 10^{21} \times 1.675 \times 10^{-27}$ किग्रा

$= 4.0347 \times 10^{-6}$ किग्रा

36. (*b*) (a) $NF_3 \Rightarrow 3bp + 1lp \Rightarrow$ पिरैमिडी

$BF_3 \Rightarrow 3\,bp + 0\,lp \Rightarrow$ त्रिकोणीय समतलीय

(b) $BF^- \Rightarrow 4\,bp + 0\,lp \Rightarrow$ चतुष्फलकीय

$NH_4^+ \Rightarrow 4\,bp + 0\,lp \Rightarrow$ चतुष्फलकीय

(c) $BCl_3 \Rightarrow 3\,bp + 0\,lp \Rightarrow$ त्रिकोणीय समतलीय

$BrCl_3 \Rightarrow 3\,bp + 0\,lp \Rightarrow$ T-आकृति

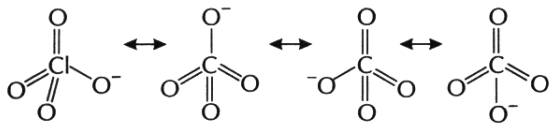
(*d*) $NH_3 \Rightarrow 3bp + 1lp \Rightarrow$ पिरैमिडी

$NO_3^- \Rightarrow 3\,bp + 0\,lp \Rightarrow$ त्रिकोणीय समतलीय

37. (*c*) CN^- आयन है अतः यह अधिक क्रियाशील है।

जबकि N_2 में अध्रुवीय सहसंयोजक त्रिबन्ध होता है, व इसका द्विध्रुव आघूर्ण शून्य है अतः N_2 कम क्रियाशील है।

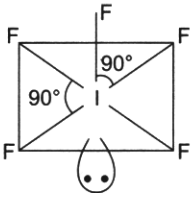
38. (*b*) ClO_4^- की अनुनादी संरचनाएँ निम्न हैं



$$\text{बन्धकोटि} = \frac{\text{Cl तथा O के बीच कुल बन्धों की संख्या}}{\text{कुल अनुनादी संरचनाओं की संख्या}} = \frac{7}{4} = 1.75$$

39. (*c*) कुल संकरित कक्षकों की संख्या = आबन्धी युग्मों की संख्या + अनाबन्धी युग्मों की संख्या $= 5 + 1 = 6 = sp^3d^2$ संकरण

परन्तु 1 एकाकी इलेक्ट्रॉन युग्म की उपस्थिति के कारण ज्यामिति वर्ग पिरैमिडी हो जाती है।



40. (*a*) $\frac{T}{T_{\text{अन्तिम}}} = \left(\frac{V_2}{V_1}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \frac{T}{T_{\text{अन्तिम}}} = \left(\frac{2}{1}\right)^{(5/3-1)} = 2^{(2/3)}$

$T_{\text{अन्तिम}} = \frac{T}{2^{(2/3)}}$

41. (*a*) $\Delta S_{\text{वाष्पन}} = \frac{(900 \times 18)}{373} = 43.4$ जूल केल्विन$^{-1}$ मोल$^{-1}$

42. (*c*) 10°C पर स्थित 1 मोल जलीय H_2O का 0° C पर 1 मोल जलीय H_2O में परिवर्तन पर ऐन्थैल्पी परिवर्तन

$\Delta H_1 = C_p H_2O(l) \times \Delta T$

$= -75.3$ जूल मोल$^{-1}$ केल्विन$^{-1}$ $\times 10$ केल्विन

$= -753$ जूल मोल$^{-1}$

गलन की ऐन्थैल्पी,

$\Delta H_2 = \Delta H_{\text{हिमांक}} = -\Delta H_{\text{गलन}} = -6.03$ किलोजूल मोल$^{-1}$

1 मोल बर्फ के 0° C से 1 मोल बर्फ 10° C तक में ऐन्थैल्पी परिवर्तन

$\Delta H_3 = C_p H_2O(s) \times \Delta T = -36.8$ जूल मोल$^{-1}$ केल्विन$^{-1}$ $\times 10$ केल्विन

$= -368$ जूल मोल$^{-1}$

$\Delta H_{\text{कुल}} = -(0.753 + 6.03 + 0.368)$ किलोजूल मोल$^{-1}$

$= -7.151$ किलोजूल मोल$^{-1}$

नोट *जब शीतलन प्रक्रम होता है तब ऊष्मा निकलती है। अतः यह पद ऋणात्मक चिन्ह रखता है।*

43. (*c*) $NH_4OH \rightleftharpoons \boxed{NH_4^+} + OH^-$

$NH_4Cl \rightleftharpoons \boxed{NH_4^+} + Cl^-$

सम-आयन

44. (*b*) $CH_3COOH \rightleftharpoons CH_3COO^- + H^+$

CH_3COONa मिलाने पर, $[H^+]$ घटती हैं।

45. (*b*) $BaSO_4 \rightleftharpoons Ba^{2+} + SO_4^{2-}$

विलेयता गुणनफल $= s \times s$

$15 \times 10^{-10} = s^2 : s$

$= \sqrt{15 \times 10^{-10}} : s = 3.9 \times 10^{-5}$

46. C 47. C 48. B 49. C 50. D

MATHEMATICS

51. (a) (a) यहाँ समुच्चय A तथा B के सभी अवयव समान हैं जोकि a, b, c तथा d हैं। अत: $A = B$

(b) यहाँ, A का अवयव 12 है लेकिन B का नहीं है। तथा B का अवयव 18 है लेकिन A का नहीं है। इस प्रकार A तथा B के सभी अवयव समान नहीं हैं। अत: $A \neq B$

(c) यहाँ, $A = \{x : x, 10$ का गुणज है$\}$ अर्थात्
$A = \{10, 20, 30, 40, \ldots\}$ तथा $B = \{10, 15, 20, 25, 30\ldots\}$
स्पष्टत: $A \neq B$ क्योंकि समुच्चय A तथा B के सभी अवयव समान नहीं हैं।

52. (a) $(fof)x = f\left(\dfrac{x}{x-1}\right) = \dfrac{\dfrac{x}{x-1}}{\left(\dfrac{x}{x-1}\right)-1} = x$

$$\Rightarrow \quad (fofof)x = f(fof)x = f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$\therefore \quad (fofof \ldots 19 \text{ बार})(x) = \frac{x}{x-1}$$

53. (b) दिया है, $f(x) = \dfrac{1}{1-2\cos x}$

हम जानते है कि, $-1 \le \cos x \le 1$

$$\Rightarrow \quad -2 \le 2\cos x \le 2$$
$$\Rightarrow \quad -2 \le -2\cos x \le 2$$
$$\Rightarrow \quad 1-2 \le 1-2\cos x \le 2+1$$
$$\Rightarrow \quad -1 \le 1-2\cos x \le 3$$
$$\Rightarrow \quad -1 \le \frac{1}{1-2\cos x} \le \frac{1}{3}$$

54. (b) $\log 2, \log(2^n - 1)$ तथा $\log(2^n + 3)$ समान्तर श्रेणी में हैं।

$$\therefore \quad 2\log(2^n - 1) = \log 2 + \log(2^n + 3)$$
$$\Rightarrow \quad (2^n - 1)^2 = 2(2^n + 3)$$
$$(2^n)^2 - 4(2^n) - 5 = 0$$
$$\Rightarrow \quad (2^n)^2 - 5\cdot(2^n) + (2^n) - 5 = 0$$
$$\Rightarrow \quad 2^n(2^n - 5) + 1(2^n - 5) = 0$$
$$\Rightarrow \quad (2^n - 5)(2^n + 1) = 0$$
$$2^n - 5 = 0 \qquad (\because 2^n \neq -1)$$
$$\Rightarrow \quad 2^n = 5$$
$$\Rightarrow \quad n = \log_2 5$$

55. (b) $(\underset{n \text{ अंक}}{666\ldots6}) = 6 + 6\times10 + 6\times10^2 + \ldots + 6\times10^{n-1}$

$$= 6(1 + 10 + 10^2 + \ldots + 10^{n-1})$$
$$= \frac{6}{9}(10^n - 1) = \frac{2}{3}(10^n - 1)$$

इसी प्रकार, $(\underset{n \text{ अंक}}{888\ldots8}) = \dfrac{8}{9}(10^n - 1)$

अत: अभीष्ट योगफल है

$$= \frac{4}{9}(10^n - 1)^2 + \frac{8}{9}(10^n - 1)$$
$$= \frac{4}{9}(10^{2n} - 2\cdot10^n + 1 + 2\cdot10^n - 2)$$
$$= \frac{4}{9}(10^{2n} - 1)$$

56. (a) $(z+3)(\bar{z}+3) = z\bar{z} + 3z + 3\bar{z} + (3)^2$

$$= |z|^2 + 3\left(\frac{z+\bar{z}}{2}\right)\times 2 + 3^2 \qquad (\because |z|^2 = z\bar{z})$$
$$= |z|^2 + 2\times3\times|z| + 3^2$$
$$= |z+3|^2$$
$$= i + i^2 = i - 1$$

57. (c) $\dfrac{1+i\cos\theta}{1-2i\cos\theta} = \dfrac{1+i\cos\theta}{1-2i\cos\theta}\times\dfrac{1+2i\cos\theta}{1+2i\cos\theta}$

$$= \frac{1 + 3i\cos\theta + 2i^2\cos^2\theta}{1^2 - (2i\cos\theta)^2}$$
$$= \frac{1 + 3i\cos\theta - 2\cos^2\theta}{1 + 4\cos^2\theta}$$
$$= \frac{1 - 2\cos^2\theta}{1 + 4\cos^2\theta} + \frac{i3\cos\theta}{1 + 4\cos^2\theta}$$

चूँकि दिए गए व्यंजक का मान एक वास्तविक संख्या है
अत: काल्पनिक भाग का मान शून्य होना चाहिए

$$\therefore \quad \frac{3\cos\theta}{1 + 4\cos^2\theta} = 0$$
$$\Rightarrow \quad 3\cos\theta = 0$$
$$\Rightarrow \quad \cos\theta = 0$$
$$\Rightarrow \quad \theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}$$

58. (c) $x^2 - 3|x| + 2 < 0$

$$\Rightarrow \quad |x|^2 - 3|x| + 2 < 0$$
$$\Rightarrow \quad (|x| - 1)(|x| - 2) < 0$$
$$\Rightarrow \quad 1 < |x| < 2$$
$$\Rightarrow \quad -2 < x < -1 \text{ या } 1 < x < 2$$
$$\therefore \quad x \in (-2, -1) \cup (1, 2)$$

59. (d) हम जानते हैं x के सभी मानों के लिए व्यंजक $ax^2 + bx + c > 0$, यदि $a > 0$ तथा $b^2 < 4ac$
$\therefore (a^2 - 1)x^2 + 2(a-1)x + 2$ के सभी मानों के लिए धनात्मक है।

$$a^2 - 1 > 0 \quad \text{तथा} \quad 4(a-1)^2 - 8(a^2 - 1) < 0$$
$$\Rightarrow \quad a^2 - 1 > 0 \text{ तथा } -4(a-1)(a+3) < 0$$
$$\Rightarrow \quad a^2 - 1 > 0 \text{ तथा } (a-1)(a+3) > 0$$
$$\Rightarrow \quad a^2 > 1 \text{ तथा } a < -3 \text{ या } a > 1$$
$$\Rightarrow \quad a < -3 \text{ या } a > 1$$

60. (c) 8 वर्गों में 6 'X' को ${}^8C_6 = 28$ तरीकों से व्यवस्थित किया जा सकता है।
परन्तु इसमें यह भी सम्भव है कि ऊपर वाले या नीचे वाले वर्ग में 'X' न आए। चूँकि प्रत्येक पंक्ति में कम-से-कम 'X' हो इसलिए इन दो सम्भावनाओं को छोड़ देंगे।
अत: अभीष्ट तरीकों की संख्या $= 28 - 2 = 26$

61. (c) चूँकि तीन विशेष वस्तुएँ एकसाथ आएगी इसलिए $n-3$ में से $r-3$ व्यक्तियों को चुनना है लेकिन $r-3$ व्यक्तियों को आपस में $(r-2)!$ प्रकार से चुना जा सकता है।
$\therefore$ अभीष्ट क्रमचयों की संख्या

$$= {}^{n-3}C_{r-3}(r-2)!$$

62. (d) $(1 + x + x^2 + x^3)^n = \{(1+x)^n(1+x^2)^n\}$

$$= (1 + {}^nC_1x + {}^nC_2x^2 + \ldots + {}^nC_nx^n)$$
$$(1 + {}^nC_1x^2 + {}^nC_2x^4 + \ldots + {}^nC_nx^{2n})$$

$\therefore$ x^4 का गुणांक $= {}^nC_2 + {}^nC_2{}^nC_1 + {}^nC_4 = {}^nC_4 + {}^nC_2 + {}^nC_1{}^nC_2$

63. (b) $(3+ax)^9$ के प्रसार में व्यापक पद निम्न है

$$T_{r+1} = {}^9C_r\, 3^{9-r} a^r x^r$$

x^2 के गुणांक के लिए $r=2$ रखने पर,

$$T_{2+1} = {}^9C_2 3^{9-2} a^2 x^2 \quad \ldots(i)$$

$\therefore x^2$ का गुणांक $= {}^9C_2 3^7 a^2$

x^3 के गुणांक के लिए $r=3$ रखने पर,

$$T_{3+1} = {}^9C_3 3^{9-3} a^3 x^3$$

$$= {}^9C_3 3^6 a^3 x^3$$

$\therefore$ x^3 का गुणांक $= {}^9C_3 3^6 a^3$ $\ldots(ii)$

प्रश्नानुसार, x^2 का गुणांक $= x^3$ का गुणांक

$\therefore$ $${}^9C_2 3^7 a^2 = {}^9C_3 3^6 a^3$$ [समी (i) व (ii) से]

$\Rightarrow$ $$\frac{9\times 8}{2}\times 3\times 1 = \frac{9\times 8\times 7}{6}\times 1\times a$$

$\Rightarrow$ $$\frac{3}{2} = \frac{7}{6}\times a \Rightarrow a = \frac{9}{7}$$

64. (a) $\dfrac{1}{m} = \dfrac{\cos(\theta-\phi)}{\cos(\theta+\phi)}$

योगान्तरानुपात से,

$$\frac{1-m}{1+m} = \frac{\cos(\theta-\phi)-\cos(\theta+\phi)}{\cos(\theta-\phi)+\cos(\theta+\phi)}$$

$$= \frac{2\sin(\theta)\sin(\phi)}{2\cos(\theta)\cos-(\phi)} = \tan\theta\tan\phi$$

$\therefore$ $$\left(\frac{1-m}{1+m}\cot\phi\right) = \tan\theta$$

65. (c) $3(\sin x-\cos x)^4 + 6(\sin x+\cos x)^2 + 4(\sin^6 x+\cos^6 x)$

$= 3(1-\sin 2x)^2 + 6(1+\sin 2x) + 4\{(\sin^2 x+\cos^2 x)^3$

$- 3\sin^2 x\cos^2 x\cdot(\sin^2 x+\cos^2 x)\}$

$= 3(1-2\sin 2x+\sin^2 2x) + 6 + 6\sin 2x$

$+ 4\{1-3\sin^2 x\cos^2 x\}$

$= 3\{1-2\sin 2x+\sin^2 2x+2+2\sin 2x\} + 4\left\{1-\frac{3}{4}\sin^2 2x\right\}$

$= 13 + 3\sin^2 2x - 3\sin^2 2x = 13$

66. (c) $\because$ $\cos 2\theta = \dfrac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta}$ $\therefore$ $\dfrac{1-\tan^2 15^\circ}{1+\tan^2 15^\circ} = \cos 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

67. (a) $r_1 - r = r_2 + r_3$

$\Rightarrow$ $$\frac{\Delta}{s-a} - \frac{\Delta}{s} = \frac{\Delta}{s-b} + \frac{\Delta}{s-c}$$

$\Rightarrow$ $$\frac{s-s+a}{s(s-a)} = \frac{s-c+s-b}{(s-b)(s-c)}$$

$\Rightarrow$ $$\frac{a}{s(s-a)} = \frac{a}{(s-b)(s-c)}$$

$\Rightarrow$ $$s^2-(b+c)s+bc = s^2-as$$

$\Rightarrow$ $$s(-a+b+c) = bc$$

$\Rightarrow$ $$\frac{(b+c+a)(b+c-a)}{2} = bc$$

$\Rightarrow$ $$(b+c)^2 - a^2 = 2bc$$

$\Rightarrow$ $$b^2+c^2+2bc-a^2 = 2bc$$

$\Rightarrow$ $$b^2+c^2 = a^2$$

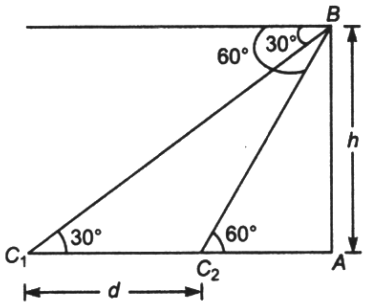
$\therefore$ $$\angle A = 90^\circ$$

अतः यह त्रिभुज समकोणीय त्रिभुज है।

68. (c) माना पेड़ की ऊँचाई $AB = h$ मी है।

$\triangle BAC_2$ में, $\tan 60^\circ = \dfrac{h}{AC_2}$

$\Rightarrow$ $$AC_2 = h\cot 60^\circ \quad \ldots(i)$$



69. (d) माना $P(h,k)$ अभीष्ट बिन्दु है, तब

$$4PA^2 = 9PB^2$$

$\Rightarrow$ $$4(h^2+k^2) = 9(h-4)^2 + 9(k+3)^2$$

$\Rightarrow$ $$4h^2+4k^2 = 9(h^2+16-8h) + 9(k^2+9+6k)$$

$\Rightarrow$ $$5h^2+5k^2-72h+54k+225 = 0$$

$\therefore$ P के बिन्दुपथ का समीकरण निम्न है,

$$5x^2+5y^2-72x+54y+225 = 0$$

70. (c) चूँकि $x+y = |a|$ तथा $ax-y = 1$ प्रथम चतुर्थांश में प्रतिच्छेद करती है।

$\therefore x$ तथा y का अन्तःखण्ड धनात्मक है।

$\therefore$ $$x = \frac{1+|a|}{1+a} \geq 0 \text{ तथा } y = \frac{a|a|-1}{a+1} \geq 0$$

$\Rightarrow$ $$1+a \geq 0 \text{ तथा } a|a|-1 \geq 0$$

$\Rightarrow$ $$a \geq -1 \text{ तथा } a|a| \geq 1 \quad \ldots(i)$$

यदि $$-1 \leq a < 0$$

$\Rightarrow$ $$-a^2 > 1$$ (असम्भव)

यदि $$a \geq 0$$

$\Rightarrow$ $$a^2 \geq 1 \Rightarrow a \geq 1$$

$\therefore$ $$a > 1 \text{ या } a \in [1,\infty)$$

71. (b) माना $E = \displaystyle\sum_{r=0}^{n}(-1)^r\, {}^nC_r\left(\frac{1+rx}{1+nx}\right)$

$$= \left(\frac{1}{1+nx}\right)\sum_{r=0}^{n}(-1)^r\, {}^nC_r(1+rx)$$

$$= \left(\frac{1}{1+nx}\right)\cdot\left\{\sum_{r=0}^{n}(-1)^r\cdot {}^nC_r + x\sum_{r=0}^{n} r(-1)^r\, {}^nC_r\right\}$$

$$= \left(\frac{1}{1+nx}\right)\{0+0\} = 0$$

$[\because {}^nC_0 - {}^nC_1 + {}^nC_2 - {}^nC_3 + \ldots(-1)^n\, {}^nC_n = 0$
तथा ${}^nC_1 - 2\,{}^nC_2 + 3\,{}^nC_3 - \ldots = 0]$

72. (d) माना α तथा β समीकरण

$x^2-(a-2)x-a-1=0$ के मूल हैं, तब

$\alpha+\beta = a-2$ तथा $\alpha\beta = -a-1$

$$\alpha^2+\beta^2 = (\alpha+\beta)^2 - 2\alpha\beta$$

$\Rightarrow$ $$\alpha^2+\beta^2 = (a-2)^2 + 2(a+1)$$

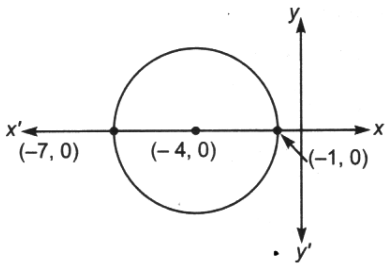
$\Rightarrow$ $$\alpha^2+\beta^2 = a^2-2a+6$$

$\Rightarrow$ $$\alpha^2+\beta^2 = (a-1)^2+5$$

$\alpha^2+\beta^2$ का मान न्यूनतम होगा, यदि $a-1=0$

$\Rightarrow$ $$a = 1$$

73. (c) $|z+4| \leq 3$, केन्द्र $(-4,0)$ तथा त्रिज्या 3 के वृत्त का समीकरण है। चूँकि -1 व्यास का एक सिरा है। अतः $|z+1|$ का महत्तम मान 6 है।



74. (a) $\because (x+1)+(x+4)+(x+7)+\ldots+(x+28)=155$

माना बाएँ पक्ष में समान्तर श्रेणी के पदों की संख्या n है।

$\therefore \quad x+28=(x+1)+(n-1)3$

$\Rightarrow \quad n=10$

$\therefore \quad S_{10}=\frac{10}{2}[(x+1)+(x+28)]=155$

$\left\{\because S_n=\frac{n}{2}[2a+(n-1)d]\right\}$

$\Rightarrow \quad x=1$

75. (b) $\sin^3 x\sin 3x=\sum_{m=0}^{n} c_m\cos mx$

अब, $\sin^3 x\sin 3x=\frac{1}{4}(3\sin x-\sin 3x)\sin 3x$

$=\frac{3}{8}\cdot 2\sin x\sin 3x-\frac{1}{8}\cdot 2\sin^2 3x$

$=\frac{3}{8}(\cos 2x-\cos 4x)-\frac{1}{8}(1-\cos 6x)$

$=-\frac{1}{8}+\frac{3}{8}\cos 2x-\frac{3}{8}\cos 4x+\frac{1}{8}\cos 6x \quad \ldots(i)$

दायाँ पक्ष $=\sum_{m=0}^{n} c_m\cos mx$

$=c_0+c_1\cos x+c_2\cos 2x$

$+c_3\cos 3x+\ldots+c_n\cos nx \ldots(ii)$

समी (i) तथा (ii) की तुलना करने पर, $n=6$